

## ANALISIS KEMAMPUAN PEMAHAMAN MATEMATIS MAHASISWA PADA MATA KULIAH KALKULUS BERDASARKAN TEORI APOS

Leny Hartati

Universitas Indraprasta PGRI Jakarta  
[leny\\_hartati@yahoo.co.id](mailto:leny_hartati@yahoo.co.id) – 08778 1581 768

**Abstract.** Calculus is a branch of science from Mathematics that is needed for the development of science so that it is important for students who take mathematics study programs. This study aims to analyze the ability of students' mathematical understanding of calculus courses based on Apos theory. The subjects of this study were 30 regular 5th semester students in class A Mathematics Education Study Program 2018/2019 academic year at one of Universities in East Jakarta. Data is collected through tests, interviews and observation. Based on the results of the study, it was concluded that the analysis of the ability of students' mathematical understanding in calculus subjects based on Apos theory is as follows: (1) The achievement of students' mathematical understanding ability in calculus courses based on Apos theory is still not optimal, especially in the indicator of 'functional understanding'. (2) There are 5 students who get a value of less than 50, There are 6 students who score between 50 and 60, There are 5 students who get grades between 61 and 70, There are 8 students who score between 71 and 80 and There are 6 students who score between 81 and 100. (3) The average test of mathematical comprehension ability overall was 68.3 and the perfect score was achieved by 2 students.

**Keywords:** Mathematical Understanding Ability, Calculus, Apos Theory

How to cite: Hartati, L. (2019). Analisis kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah kalkulus berdasarkan teori APOS. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan KALUNI*, Vol. 2, 174-183. Jakarta: LPPM Universitas Indraprasta PGRI. <http://dx.doi.org/10.30998/prokaluni.v2i0.57>

### PENDAHULUAN

Kalkulus merupakan salah satu mata kuliah wajib dan penting pada program studi Pendidikan Matematika. Kalkulus memiliki karakteristik sebagai berikut: (1) materi bersifat abstrak, (2) membutuhkan beragam kemampuan matematis, dan (3) memerlukan pemahaman secara analitik dan geometrik. Mata kuliah ini terbagi dalam tiga bagian, yaitu kalkulus differensial, kalkulus Integral dan kalkulus Peubah Banyak. Kalkulus differensial (kalkulus 1) dan kalkulus integral (kalkulus 2) merupakan mata kuliah prasyarat dari mata kuliah Kalkulus Peubah Banyak atau disebut juga Kalkulus Lanjut. Apabila seseorang mahasiswa kurang memiliki kemampuan dalam memahami konsep kalkulus differensial dan kalkulus integral maka mahasiswa tersebut akan mengalami kesulitan pada mata kuliah kalkulus selanjutnya.

Fakta di lapangan menunjukkan bahwa hampir seluruh mahasiswa mengatakan bahwa kalkulus merupakan salah satu mata kuliah yang sulit. Pembelajaran kalkulus selama ini masih berorientasi pada dominasi dosen dalam menjelaskan materi dan mahasiswa lebih banyak diajak untuk menggunakan rumus-rumus atau sifat-sifat (teorema) yang telah disajikan. Mahasiswa kurang diajak dan dilatih untuk menjelaskan atau menginterpretasi suatu konsep, menjelaskan

hubungan antar konsep, mengidentifikasi keberlakuan suatu definisi, teorema serta menginterpretasikan dalam soal-soal pemecahan masalah. Akibatnya pemahaman mahasiswa terhadap konsep (definisi, teorema) pada kalkulus masih sangat lemah dan cenderung terbiasa menggunakan perhitungan rutin dalam menyelesaikan soal-soal kalkulus yang telah di contohkan oleh dosen meskipun banyak faktor lain yang mempengaruhinya.

Berdasarkan karakteristik mata kuliah kalkulus, terlihat bahwa untuk mempelajari mata kuliah kalkulus diperlukan beragam kemampuan matematis, salah satunya adalah kemampuan pemahaman matematis. Pemahaman Matematis (*mathematical understanding*) merupakan sesuatu yang penting dan perlu dimiliki oleh mahasiswa dalam belajar matematika untuk digunakan dalam menyelesaikan persoalan-persoalan matematika.

Beberapa pakar mendefinisikan pemahaman matematis dengan indikator yang berbeda. Sumarmo (2013) memaparkan beberapa jenis pemahaman menurut beberapa ahli yaitu:

1. Polya, membedakan empat jenis pemahaman:
  - a. Pemahaman mekanikal, yaitu dapat mengingat dan menerapkan sesuatu secara rutin atau perhitungan secara sederhana,
  - b. Pemahaman induktif, yaitu dapat menerapkan rumus atau konsep dalam kasus sederhana atau dalam kasus serupa,
  - c. Pemahaman rasional, yaitu dapat membuktikan kebenaran rumus dan teorema, dan,
  - d. Pemahaman intuitif, yaitu dapat memperkirakan kebenaran dengan pasti (tanpa ragu-ragu) sebelum menganalisis lebih lanjut.
2. Polattsek, membedakan dua jenis pemahaman:
  - a. Pemahaman Komputasional, yaitu dapat menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik,
  - b. Pemahaman fungsional, yaitu dapat mengkaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya, dan menyadari proses yang dikerjakannya
3. Copeland, membedakan dua jenis pemahaman:
  - a. *Knowing how to*, yaitu dapat mengerjakan sesuatu secara rutin atau algoritmik,
  - b. *Knowing*, yaitu dapat mengerjakan sesuatu perhitungan secara sadar
4. Skemp, membedakan dua jenis pemahaman:
  - a. Pemahaman instrumental, yaitu hafal sesuatu secara terpisah atau dapat menerapkan suatu pada perhitungan rutin/sederhana, mengerjakan sesuatu secara algoritmik saja.
  - b. Pemahaman relasional, yaitu dapat mengaitkan sesuatu dengan hal lainnya secara benar dan menyadari proses yang dilakukan.

Berdasarkan uraian di atas, kemampuan pemahaman matematis adalah kemampuan dalam mengenal, mengingat, memahami dan menerapkan suatu konsep, prosedur, prinsip dan ide matematika untuk digunakan dalam menyelesaikan persoalan-persoalan matematika.

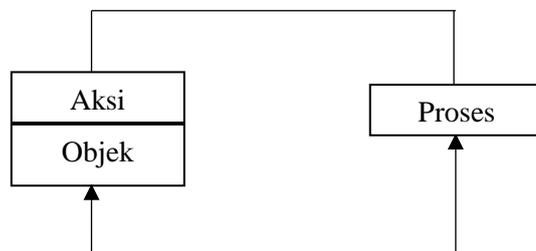
Teori Apos dikembangkan oleh Ed Dubinsky. Salah satu teori belajar konstruktivisme yang dapat membantu dalam mempelajari mata kuliah kalkulus adalah teori Apos. Pernyataan tersebut senada dengan pendapat Dubinsky (Natalia, et al, 2017) yang menerangkan bahwa teori APOS merupakan teori konstruktivis yang mempelajari tentang bagaimana belajar konsep matematika. Apos singkatan dari Aksi (*Action*), proses (*process*), objek (*Object*) dan skema (*Schema*). Konsep matematika, termasuk konsep kalkulus dapat dikonstruksi dengan menggunakan teori APOS. Dubinsky dan kawan kawan (Lestari, 2014), mengatakan Teori APOS menganut prinsip bahwa ada hubungan yang erat antara sifat konsep matematika dan perkembangannya dipikiran seseorang.

Mulyono (2011) mengatakan teori APOS adalah elaborasi tentang konstruksi mental dari aksi, proses, objek, dan skema. Menurut Dubinsky, kerangka kerja teori APOS dalam mengkonstruksi konsep matematika adalah sebagai berikut.

*An action is transformation of an object which is perceived by the individual as being external. The transformation is carried out by reacting to external cues that give precise details*

on what steps to take. When an action is repeated, and the individual reflects upon it, it may be interiorized into a **process**. That is, an internal construction is made that performs the same action, but now not necessarily directed by external stimuli. When an individual reflects on actions applied to a particular process, became aware of the process as a totality, realizes that transformations (whether they be actions or process) can act on it, and is able to actually construct such transformations, then we say the individual has reconstructed this process as a cognitive **object**. A **schema** for a certain piece of mathematics is an individual's collection of actions, processes, objects, and other schema which are linked consciously or unconsciously in a coherent framework in the individual's mind and may be brought to bear upon a problem situation involving that area of mathematics.

Nurlelah (Lestari, 2014) mengatakan bahwa pembelajaran dengan menggunakan teori APOS menekankan pada perolehan pengetahuan melalui aktivitas pendahuluan melalui media komputer, bekerja dalam kelompok (*cooperative learning*) dan refleksi. Adapun skema pembelajaran Apos adalah sebagai berikut:



Gambar 1. Skema Model Pembelajaran APOS

Selanjutnya Asiala, et al (Lestari, 2014) menyatakan bahwa tujuan yang ingin dicapai dari teori APOS adalah terbentuknya konstruksi mental pebelajar. Yang dimaksud konstruksi mental dalam konteks ini adalah terbentuknya aksi (*action*), yang direnungkan (*interiorized*) menjadi proses (*process*), selanjutnya dirangkum (*encapsulated*) menjadi objek (*object*), kemudian objek dapat diurai kembali (*de-encapsulated*) menjadi proses. Aksi, proses dan objek dapat diorganisasi menjadi suatu skema (*schema*), yang selanjutnya disingkat menjadi APOS. Mulyono (2011) merinci teori Apos sebagai berikut:

#### Action/Action Konsep

Aksi adalah suatu transformasi yang diterima oleh individu sebagai hal yang eksternal. Transformasi dilakukan dengan bereaksi terhadap isyarat eksternal yang memberikan rincian yang tepat tentang langkah apa yang harus diambil. Karakteristik dari aksi adalah sebagai berikut: 1) Hanya menerapkan rumus atau langsung menggunakan rumus yang diberikan. 2) Hanya menerapkan algoritma yang sudah ada. 3) Hanya mengikuti contoh yang sudah ada sebelumnya. 4) Memerlukan langkah-langkah yang rinci untuk melakukan transformasi. 5) Kinerja dalam aksi berupa kegiatan prosedural.

#### Process/Process Konsep

Ketika tindakan diulangi, dan individu merefleksikannya, tindakan itu dapat diinternalisasi menjadi sebuah proses. Artinya, konstruksi internal dibuat yang melakukan tindakan yang sama, tetapi tidak harus diarahkan oleh rangsangan eksternal. Karakteristik dari proses adalah sebagai berikut: 1) Untuk melakukan transformasi tidak perlu diarahkan dari rangsangan eksternal. 2) Bisa merefleksikan langkah-langkah transformasi tanpa melakukan

langkah-langkah itu secara nyata. 3) Bisa menjelaskan langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah itu secara nyata. 4) Bisa membalik langkah-langkah transformasi tanpa melakukan langkah-langkah itu secara nyata. 5) Sebuah proses dirasakan oleh individu sebagai hal yang internal, dan di bawah kontrol individu tersebut. 6) Proses itu merupakan pemahaman prosedural. 7) Belum paham secara konseptual.

### **Object/Object Konsep**

Ketika individu merenungkan tindakan yang diterapkan pada proses tertentu, mereka menyadari bahwa transformasi (apakah itu tindakan atau proses) dapat ditindaklanjuti, mereka benar-benar dapat membangun transformasi tersebut, maka kita mengatakan individu telah merekonstruksi proses ini sebagai objek kognitif. Karakteristik dari Objek adalah sebagai berikut: 1) Dapat melakukan aksi-aksi pada objek. 2) Dapat men-dekapsulasi suatu objek kembali menjadi proses dari mana objek itu berasal atau mengurai sebuah skema yang ditematisasi menjadi berbagai komponennya. 3) Objek merupakan suatu pemahaman konseptual. 4) Dapat menentukan sifat-sifat suatu konsep.

### **Schema/Schema Konsep**

Kumpulan tindakan, proses, objek, dan skema lain individu yang terkait dengan pikiran individu. Schema dari seorang individu adalah keseluruhan pengetahuan yang ia hubungkan secara sadar maupun tidak sadar dengan konsep matematika tertentu. Karakteristik dari Skema adalah sebagai berikut. 1) Dapat menghubungkan aksi, proses, dan objek suatu konsep dengan konsep lainnya. 2) Dapat menghubungkan (menginterkoneksi) objek-objek dan proses-proses dengan bermacam-macam cara. 3) Memahami hubungan-hubungan antara aksi, proses, objek, dan sifat-sifat lain yang telah dipahaminya. 4) Memahami berbagai aturan/rumus yang perlu dilibatkan/digunakan.

### **Implementasi Teori Apos Dalam Pembelajaran**

Teori Apos dalam pembelajaran matematika dilaksanakan dengan menggunakan siklus ACE (*activities, class discussion, exercises*) atau di terjemahkan menjadi aktivitas, diskusi kelas dan latihan. Khairani (2008) menjelaskan siklus ACE (*activities, class discussion, exercises*) pada teori Apos sebagai berikut:

#### **Activities**

Kegiatan mahasiswa di laboratorium komputer dalam mengerjakan tugas-tugas pemrograman secara berkelompok dimaksudkan untuk membantu konstruksi mental yang diusulkan oleh *theoretical analysis*. Pengerjaan tugas-tugas pemrograman komputer tidak dibatasi waktunya (dapat dikerjakan diluar jadwal praktikum yang resmi). Tujuan utama kegiatan ini lebih ditekankan pada usaha untuk memberikan mahasiswa suatu pengalaman dasar daripada meminta mereka untuk memberikan jawaban yang benar. Melalui kegiatan ini mahasiswa memperoleh pengalaman yang berhubungan dengan isu-isu matematika yang akan dikembangkan di dalam perkuliahan.

#### **Class Discussion**

Kegiatan di dalam ruangan kelas dimana mereka masih bekerja berkelompok diisi dengan kegiatan mahasiswa berupa pengerjaan tugas-tugas yang masih berhubungan dengan kegiatan

yang telah diberikan di laboratorium komputer. Keterlibatan dosen dalam diskusi pada masing-masing kelompok dimaksudkan untuk memberi kesempatan kepada mahasiswa untuk berefleksi pada apa yang sudah mereka kerjakan di laboratorium dan pada tugas yang sedang mereka kerjakan. Mahasiswa mengemukakan hasil temuan yang mereka peroleh dalam kerja kelompok kemudian saling bertukar informasi untuk saling melengkapi sehingga memiliki pemahaman yang sama terhadap suatu konsep dari sebuah materi. Mahasiswa dilatih untuk bertanggung jawab dan percaya diri sedangkan dosen berfungsi sebagai fasilitator. Dalam diskusi kelas ini juga, dosen memberikan definisi, penjelasan, dan tinjauan untuk mengaitkan dengan apa-apa yang mahasiswa telah pikirkan.

### Exercises

Pada siklus ini mahasiswa diberikan latihan-latihan soal untuk dikerjakan secara berkelompok, diharapkan ini dikerjakan diluar kegiatan kelas dan laboratorium dan dapat berupa pekerjaan rumah tentang tugas laboratorium. Maksud dari latihan-latihan ini adalah untuk mengokohkan konsep-konsep matematika yang telah dikonstruksi, menerapkan konsep-konsep yang sudah dipelajari, dan mulai berpikir tentang hal-hal yang akan dipelajari pada sesi berikutnya.

### METODE

Penelitian dilakukan di salah satu universitas swasta di Jakarta Timur. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode penelitian deskriptif kualitatif. Sugiyono (2008) mengatakan metode penelitian kualitatif adalah metode penelitian yang berlandaskan pada filsafat postpositivisme, digunakan untuk meneliti pada kondisi obyek yang alamiah, (sebagai lawannya adalah eksperimen) dimana peneliti adalah sebagai instrumen kunci, pengambilan sampel sumber data dilakukan secara *purposive* dan *snowball*, teknik pengumpulan data dilakukan secara triangulasi (gabungan), analisis data bersifat induktif/kualitatif dan hasil penelitian kualitatif lebih menekankan makna daripada generalisasi. Selanjutnya Sukardi (2008) menyatakan bahwa penelitian deskriptif merupakan penelitian yang menggambarkan aturan atau menginterpretasikan objek sesuai dengan apa adanya, dimana peneliti ingin mengungkapkan kemampuan pemahaman matematis mahasiswa dalam mata kuliah Kalkulus berdasarkan teori Apos. Adapun subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa program studi pendidikan matematika semester 5A reguler sore yang mengambil mata kuliah Kalkulus tahun akademik 2018/2019. Teknik sampling yang digunakan adalah *purposive* sampling dan sumber datanya berasal dari subjek penelitian.

Metode pengumpulan data yang digunakan meliputi: (1) tes kemampuan pemahaman matematis; (2) wawancara; dan (3) observasi. Instrumen yang digunakan dalam penelitian ini sebelumnya sudah divalidasi dan siap untuk digunakan. Adapun rubrik penilaian tes kemampuan pemahaman matematis diadaptasi dari Sumarmo (2013) dapat dilihat dalam tabel 1.

Tabel 1. Rubrik penilaian Tes Kemampuan Pemahaman Matematis

Indikator	Respon terhadap Soal	Skor
(1)	(2)	(3)
Pemahaman Komputasional	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi data/konsep/prinsip yang termuat dalam informasi yang diberikan	0-2
	Melaksanakan perhitungan terhadap proses matematika yang dilakukan dengan menyertakan konsep/prinsip/aturan yang digunakan pada tiap langkah pengerjaan	0-6
	Menetapkan solusi akhir disertai alasan	0-2
	Sub-total (satu butir tes)	0-10
Pemahaman Fungsional	Tidak ada jawaban atau jawaban tidak relevan	0
	Mengidentifikasi data/konsep/prinsip yang termuat dalam informasi yang diberikan	0-2
	Mengaitkan konsep/prinsip yang satu dengan yang lainnya serta menyatakannya dalam simbol matematika	0-3
	Melaksanakan perhitungan terhadap proses matematika yang dilakukan dengan menyertakan konsep/prinsip/aturan yang digunakan pada tiap langkah pengerjaan	0-3
	Menetapkan solusi akhir disertai alasan	0-2
	Sub-total (satu butir tes)	0-10

## HASIL DAN PEMBAHASAN

### Hasil

Tabulasi pengelompokan data kemampuan pemahaman matematis mahasiswa diperoleh hasil sebagaimana tersaji dalam tabel berikut:

Tabel 2. Tabulasi Pengelompokan Data Pemahaman Matematis Mahasiswa

Resp	Butir Soal					Resp	Butir Soal				
	1	2	3	4	5		1	2	3	4	5
1	8	8	7	5	3	16	10	8	8	10	5
2	8	8	8	5	5	17	10	10	7	8	5
3	8	8	3	2	3	18	10	10	10	10	5
4	10	5	8	10	5	19	8	8	5	5	5
5	7	5	5	5	5	20	10	5	8	10	7
6	7	5	0	3	8	21	8	8	3	8	2
7	10	8	5	8	5	22	7	5	5	3	3
8	10	8	8	8	5	23	8	8	8	5	3
9	10	10	10	10	8	24	10	3	0	2	3
10	10	10	10	10	10	25	10	10	7	3	5
11	8	8	7	8	5	26	5	5	8	3	3
12	10	5	8	5	0	27	10	8	8	8	5
13	10	10	10	10	5	28	10	8	5	3	0
14	7	5	5	3	8	29	10	8	8	8	5
15	5	5	8	3	5	30	10	10	10	10	10

Dari tabulasi pengelompokan data tersebut kemudian menentukan skor total dengan cara menjumlahkan skor dari masing-masing butir soal dan menentukan nilai dengan mengalikan skor

total dengan angka dua sehingga nilai maksimum dari keseluruhan butir soal menjadi 100 sebagaimana tersaji pada tabel berikut:

Tabel 3. Rekapitulasi Data Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa

Resp	Skor	Nilai	Butir	Skor	Nilai
1	31	62	16	41	82
2	34	68	17	40	80
3	24	48	18	45	90
4	38	76	19	31	62
5	27	54	20	40	80
6	23	46	21	29	58
7	36	72	22	23	46
8	39	78	23	32	64
9	48	96	24	18	36
10	50	100	25	35	70
11	36	72	26	24	48
12	28	56	27	39	78
13	45	90	28	26	52
14	28	56	29	39	78
15	26	52	30	50	100

Dari hasil rekapitulasi data kemampuan pemahaman matematis pada mata kuliah kalkulus diperoleh: (1) Terdapat 5 mahasiswa yang mendapat nilai kurang dari 50, (2) Terdapat 6 mahasiswa yang mendapat nilai antara 50 dan 60, (3) Terdapat 5 mahasiswa yang mendapat nilai antara 61 dan 70, (4) Terdapat 8 mahasiswa yang mendapat nilai antara 71 dan 80 dan (5) Terdapat 6 mahasiswa yang mendapat nilai antara 81 dan 100. Hasil statistika kemampuan pemahaman matematis mahasiswa tersaji pada tabel berikut:

Tabel 4. Hasil Statistik Deskriptif Kemampuan Pemahaman Matematis Mahasiswa

Statistika	Hasil
Mean	68,30
Median	69
Modus	46
Varians	17,259
Simpangan Baku	297,872

Berdasarkan Tabel 2 dapat dilihat hasil uji statistika, bahwa nilai rata-rata (mean) dengan jumlah sampel 30 mahasiswa adalah 68,30, dengan median sebesar 69, dan modus sebesar 46. Dapat dilihat bahwa nilai mahasiswa yang paling banyak (modus) yaitu 46 berada di bawah nilai rata-rata yaitu 68,3. Dengan nilai varians 17,259 dan simpangan baku sebesar 297,872. Dari tabulasi pengelompokan data yang tersaji dalam tabel 3, Selanjutnya menentukan nilai ketercapaian setiap butir soal dengan cara menjumlahkan dari masing-masing butir soal sehingga diperoleh skor total masing-masing butir yang tersaji pada tabel berikut:

Tabel 5. Ketercapaian Setiap Butir Soal Tes Kemampuan Pemahaman Matematis

Butir Soal	Jumlah Skor	Skor Maksimal	Ketercapaian (%)
1	264	300	88
2	222	300	74
3	202	300	67,33
4	191	300	63,67
5	146	300	48,67

Berdasarkan hasil analisis data ketercapaian masing-masing butir soal tes kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah kalkulus diperoleh: (1) Butir soal pertama dan kedua yang paling tinggi yaitu mencapai 88% dan 74 %, (2) Butir soal ketiga dan keempat menduduki posisi menengah yaitu mencapai 67,33% dan 63,67% dan (3) Butir soal kelima yang tergolong paling rendah yaitu 48,67%.

### ***Pembahasan***

Hasil pengolahan analisis data kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah kalkulus berdasarkan teori Apos untuk masing-masing butir soal diperoleh temuan sebagai berikut:

- (1) Butir soal pertama termasuk ke dalam indikator kemampuan komputasional, kemampuan yang diukur yaitu mahasiswa dapat menerapkan rumus dalam perhitungan sederhana, dan mengerjakan perhitungan secara algoritmik. Butir soal tersebut mencapai 88% sehingga dapat dikatakan hampir secara keseluruhan mahasiswa mampu menerapkan rumus kedalam perhitungan sederhana. Ketercapaian ini sudah baik karena mahasiswa sudah memahami hubungan antara koordinat kartesius, bola dan tabung. Mahasiswa mampu mengkonversi antar koordinat tersebut bahkan sampai pada tahap menggambar grafik dan mengubah persamaan dalam ketiga koordinat tersebut. Mahasiswa tersebut telah mampu mengorganisasi aksi, proses, dan objek yang telah dimilikinya sehingga berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman skema. Kekeliruan mahasiswa dalam mengerjakan butir soal ini adalah ketika menentukan nilai dari sebuah sudut dalam phi radian dan juga ketika menggunakan simbol phi dan teta. Selain itu ada sedikit mahasiswa yang juga keliru dalam menentukan hasil akhir karena kurang teliti/ceroboh.
- (2) Butir soal kedua termasuk ke dalam indikator kemampuan fungsional, kemampuan yang diukur yaitu dapat mengkaitkan satu konsep/prinsip dengan konsep/prinsip lainnya, dan menyadari proses yang dikerjakannya. Butir soal tersebut mencapai 74%, dapat dikatakan kemampuan untuk menghubungkan antara satu konsep dan konsep yang lainnya masih tergolong baik. Pada butir ini, mahasiswa diminta untuk menentukan turunan parsial tingkat tinggi dan differensial total dari sebuah fungsi. Dalam mengerjakan soal ini dibutuhkan ketelitian, ketepatan dan tingkat berpikir yang tinggi. Fungsi aljabar yang terdapat pada butir soal ini mengandung dua variabel yang harus diturunkan sebanyak empat kali. Dengan demikian, berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman proses. Mahasiswa akan mengeluh jika fungsinya merupakan fungsi trigonometri karena konsep turunan trigonometri mahasiswa yang masih tergolong rendah. Kekeliruan mahasiswa dalam mengerjakan butir soal ini adalah karena fungsi yang mengandung lebih dari satu variabel dan harus diturunkan sebanyak dua kali pada masing-masing variabelnya.
- (3) Butir soal ketiga termasuk ke dalam indikator kemampuan fungsional sama seperti butir soal nomor 2. Butir soal tersebut mencapai 67,33%. Pada soal nomor dua kemampuan yang diukur adalah mahasiswa dapat menentukan ukuran suatu benda agar luasnya maksimum jika diketahui volumenya. Pada soal tersebut terdapat beberapa tahapan dalam menyelesaikannya. Tahap pertama menentukan sebuah fungsi dari keterangan volume yang diketahui. Tahap kedua menentukan turunan untuk mendapatkan dua buah persamaan baru. Tahap ketiga menentukan masing-masing variabel yang dicari. Mahasiswa yang mampu menyelesaikan soal tersebut artinya telah mampu mengorganisasi aksi, proses, dan objek yang telah dimilikinya sehingga berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman skema. Kebanyakan mahasiswa masih keliru dan kemampuan dalam memanipulasi aljabar tergolong rendah, hanya sedikit saja yang kesulitan dalam menentukan sebuah fungsi pada tahap awal.

- (4) Butir soal keempat termasuk ke dalam indikator kemampuan komputasional sama seperti butir soal pertama. Kemampuan yang diukur yaitu mahasiswa dapat menyelesaikan dan menentukan nilai dari integral lipat 2. Ketercapaian butir soal tersebut mencapai 63,67%. Ketercapaian pada butir tersebut tergolong sedang. Berdasarkan teori APOS, mahasiswa berada pada tingkat pemahaman aksi, karena kinerja dalam aksi berupa kegiatan prosedural. Sebagian kecil kekeliruan mahasiswa dalam mengerjakan butir soal ini adalah ketika menentukan integral dari sebuah fungsi dan sebagian mahasiswa yang lain keliru pada saat menentukan operasi hitung yang melibatkan pecahan dan pangkat.
- (5) Butir soal kelima termasuk ke dalam indikator kemampuan fungsional sama seperti butir soal nomor 2 dan 3. Kemampuan yang diukur adalah mahasiswa mampu menentukan nilai dari sebuah fungsi dengan menggunakan metode tertentu. Ketercapaian pada butir ini tergolong rendah, hanya mencapai 48,67%. Pada soal tersebut terdapat beberapa tahapan dalam menyelesaikannya. Tahap pertama mahasiswa menentukan fungsi syarat dan menuliskan fungsi penolong dari sebuah fungsi yang diketahui. Tahap kedua membentuk fungsi baru yang merupakan gabungan dari fungsi syarat dan fungsi penolong. Tahap ketiga menurunkan fungsi tersebut ke dalam variabel yang terdapat pada fungsi pertama. Selanjutnya manipulasi aljabar untuk membentuk persamaan sehingga didapat nilai yang diinginkan. Mahasiswa yang mampu menyelesaikan soal tersebut artinya telah mampu mengorganisasi aksi, proses, dan objek yang telah dimilikinya sehingga berdasarkan teori APOS, mahasiswa tersebut berada pada tingkat pemahaman skema. Kekeliruan mahasiswa pada butir soal ini bervariasi, paling banyak mahasiswa menjawab soal pada butir ini hanya sampai pada tahap membentuk fungsi baru. Selain itu, sebagian kecil mahasiswa menjawab sampai tahap manipulasi aljabar, yaitu membuat persamaan untuk mencari nilai-nilai di cari. Ketelitian dan kemampuan menggabungkan beberapa konsep dalam menjawab butir soal untuk indikator fungsional merupakan faktor utama yang harus dimiliki oleh mahasiswa.

Berdasarkan hasil analisis data, diperoleh temuan bahwa pencapaian kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah kalkulus berdasarkan teori Apos ternyata masih belum optimal, terutama pada indikator 'pemahaman fungsional'. Hal ini dikarenakan, mahasiswa terbiasa diajar menggunakan pembelajaran konvensional di mata kuliah kalkulus sebelumnya yang didominasi oleh dosen. Hal ini berakibat pada pembelajaran kalkulus lanjut yang menggunakan konsep turunan dan integral secara bersamaan, mahasiswa kurang menguasai konsep turunan dan integral sehingga kurang mampu menyelesaikan soal yang membutuhkan analisis yang lebih tinggi dan memerlukan penguasaan berbagai konsep dalam menyelesaikan soal. Temuan ini diperkuat oleh hasil wawancara pada mahasiswa bahwa mereka mengakui belum menguasai konsep turunan dan integral trigonometri, hanya sebatas hafal rumus dan pemahaman prosedural saja. Selain itu terdapat faktor ketidaktelitian dalam menentukan hasil akhir yang menggunakan operasi hitung dan manipulasi aljabar. Hal ini didukung pula oleh hasil observasi pada saat mereka mengikuti kuliah dan mengerjakan soal, beberapa mahasiswa kurang antusias dalam mengerjakan soal yang membutuhkan analisis yang lebih tinggi, bentuk soal yang berbeda dengan contoh, serta soal yang memerlukan penyelesaian yang panjang dan waktu yang lebih lama.

## PENUTUP

Berdasarkan hasil analisis data kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah kalkulus berdasarkan teori Apos dapat disimpulkan sebagai berikut:

- (1) Pencapaian kemampuan pemahaman matematis mahasiswa pada mata kuliah kalkulus berdasarkan teori Apos ternyata masih belum optimal, terutama pada indikator 'pemahaman fungsional'.

- (2) Terdapat 5 mahasiswa yang mendapat nilai kurang dari 50, terdapat 6 mahasiswa yang mendapat nilai antara 50 dan 60, terdapat 5 mahasiswa yang mendapat nilai antara 61 dan 70, terdapat 8 mahasiswa yang mendapat nilai antara 71 dan 80, dan terdapat 6 mahasiswa yang mendapat nilai antara 81 dan 100,
- (3) Rata-rata tes kemampuan pemahaman matematis secara keseluruhan diperoleh 68,3 dan nilai sempurna diraih oleh 2 orang mahasiswa.

Berdasarkan simpulan tersebut, maka saran yang dapat dikemukakan adalah:

- (1) Hal yang paling penting untuk diperhatikan oleh dosen adalah menciptakan suasana pembelajaran yang aktif, interaktif, dan menyenangkan sehingga kelas menjadi hidup karena adanya interaksi yang terjadi antara mahasiswa dengan mahasiswa dan dosen dengan mahasiswa. Hal tersebut bertujuan untuk mengembangkan kemampuan pemahaman, berpikir dan kreativitas mahasiswa.
- (2) Pengembangan proses berpikir mahasiswa untuk memahami sebuah materi atau konsep tidak hanya di dapat melalui penerapan strategi atau model pembelajaran yang relevan, tetapi juga penggunaan bahan ajar atau media yang dapat mendukung proses pembelajaran di kelas.
- (3) Hasil dari penelitian ini diharapkan akan memberikan pengetahuan dan wawasan dosen untuk senantiasa meningkatkan kualitas proses pembelajaran pada mata kuliah kalkulus.

#### DAFTAR PUSTAKA

- Khairani, Nerly. 2008. Pembelajaran Matematika Menggunakan Teori Apos Di Perguruan Tinggi. *Jurnal Pendidikan Matematika PARADIKMA*. 1(1): 47-55.  
<https://jurnal.unimed.ac.id/2012/index.php/paradikma/article/view/8708/7511>
- Lestari, Sri Wiji. 2014. Penerapan Model Pembelajaran M-APOS Dalam Meningkatkan Pemahaman Konsep Dan Motivasi Belajar Kalkulus II. *Jurnal Pendidikan dan Keguruan* 1 (1). <https://media.neliti.com/media/publications/209688-penerapan-model-pembelajaran-m-apos-dala.pdf>
- Mulyono. (2011). Teori Apos Dan Implementasinya dalam Pembelajaran. *Journal of Mathematics and Mathematics Education*. 1 (1) 37-45.  
<http://jurnal.fkip.uns.ac.id/index.php/jmme/article/view/7476/5308>
- Natalia, Sri Sulastri, dkk. 2017. Analisis Tingkat Pemahaman Siswa Berdasarkan Teori Apos Pada Materi Persamaan Kuadrat Ditinjau Dari Minat Belajar Siswa Kelas X Sma Negeri 2 Surakarta Tahun Ajaran 2015/2016. *Jurnal pendidikan Matematika dan Matematika SOLUSI*. 1(5): 104-117.  
<http://jurnal.fkip.uns.ac.id/index.php/matematika/article/view/11635/8322>
- Sugiyono. 2008. *Metode Penelitian Kuantitatif Kualitatif dan R&D*. Bandung. Alfabeta.
- Sukardi. 2008. *Metodologi Penelitian Pendidikan*. Bumi Aksara: Jakarta
- Sumarmo, U. (2013). Pembelajaran matematika. In Suryadi, D., Turmudi, and Nurlaelah, E. (Editor). *Kumpulan makalah: Berpikir dan disposisi matematik serta pembelajarannya*. Vol 1, 122-146. Bandung: FPMIPA-UPI Press.