

ANALISIS KESULITAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL BERPIKIR KREATIF MATEMATIS PADA MATA KULIAH STATISTIKA MATEMATIKA

Andri Suryana

Universitas Indraprasta PGRI
andrisuryana21@gmail.com - 082218893377

Abstract. The purpose of this research is to analyze the difficulty of students in solving problems related to mathematical creative thinking ability comprehensively as a result of the implementation of PACE (Project, Activity, Cooperative learning, Exercise) model and conventional learning in Mathematical Statistics Course. This research was a qualitative research. The subjects in this research were students of Mathematics Education Program who took Mathematical Statistics Course at one of the private universities in East Jakarta. This research used purposive sampling and various instruments. They were test of mathematical prior knowledge (MPK), test of mathematical creative thinking ability (MCTA), observation sheet, interview sheet, and researcher. The data of this research was collected using triangulation techniques. The result of this research show that students are still experiencing difficulties based on MPK level and overall in solving problems related to mathematical creative thinking ability in both learning (PACE model and conventional). However, the difficulty of students who have obtained PACE Model learning is lower than students who have obtained conventional learning. The most of difficulty of students in both learning (PACE model and conventional) is in indicator of 'originality'.

Keywords: mathematical creative thinking ability, Mathematical Statistics, PACE model

How to cite: Suryana, A. (2019). Analisis kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis pada mata kuliah Statistika Matematika. *Prosiding Seminar Nasional Pendidikan KALUNI*, Vol. 2, 35-48. Jakarta: LPPM Universitas Indraprasta PGRI. <http://dx.doi.org/10.30998/prokaluni.v2i0.11>

PENDAHULUAN

Statistika Matematika merupakan salah satu mata kuliah di Program Studi Pendidikan Matematika yang memiliki karakteristik: (1) materi bersifat abstrak, (2) membutuhkan kemampuan dalam menggeneralisasi dan mensintesis, (3) menekankan pada aspek penalaran deduktif/pembuktian, (4) memerlukan pemahaman secara analitik dan geometrik, serta (5) memerlukan ide-ide kreatif (Suryana, 2016). Berdasarkan karakteristik tersebut, terlihat bahwa untuk mempelajari mata kuliah Statistika Matematika diperlukan beragam kemampuan matematis, salah satunya adalah kemampuan berpikir kreatif matematis.

Berpikir kreatif terlihat ketika seseorang memiliki kemampuan dalam menilai sesuatu dari sudut pandang yang berbeda (Evans dalam Suryana, 2016). Menurut Alvino (Sumarmo, 2013), seseorang dikatakan memiliki kemampuan berpikir kreatif matematis jika orang tersebut memiliki kemampuan matematis yang meliputi: (1) kelancaran dalam membuat berbagai ide/gagasan; (2) keluwesan/kelenturan dalam mengemukakan pendekatan; (3) menghasilkan sesuatu yang baru (keaslian); serta (4) merinci atau membangun sesuatu dari ide-ide lainnya

(elaborasi). Seseorang yang memiliki kemampuan berpikir kreatif akan tumbuh sehat dan mampu menghadapi tantangan (Sumarmo, 2013). Namun kenyataannya, kemampuan berpikir kreatif matematis mahasiswa ternyata masih tergolong rendah (Davis dalam Tall, 2002; Herlina, 2015; dan Suryana, 2016).

Hasil studi yang dilakukan oleh Davis (Tall, 2002) menyimpulkan bahwa mahasiswa tidak mampu menyelesaikan soal yang membutuhkan ide-ide kreatif. Sementara itu, hasil temuan Herlina (2015) dan Suryana (2016) menunjukkan bahwa mahasiswa program studi pendidikan matematika di salah satu universitas di Kalimantan dan Jakarta ternyata masih mengalami kesulitan jika diberikan bentuk soal yang bersifat divergen dan non-rutin. Menurut Tall (2002), salah satu penyebab rendahnya kemampuan berpikir kreatif matematis mahasiswa adalah dosen masih terbiasa mengajar secara prosedural dan akan membenarkan jawaban mahasiswa jika mengikuti prosedur tersebut.

Untuk mengatasi hal tersebut, maka dosen diharapkan dapat memberikan kesempatan kepada mahasiswa untuk aktif dalam pembelajaran dan dapat mengkonstruksi konsep Statistika Matematika secara mandiri sehingga diharapkan dapat mengatasi kesulitan yang dihadapi mahasiswa dalam mempelajari mata kuliah Statistika Matematika, terutama soal terkait kemampuan berpikir kreatif matematis. Salah satu model yang menganut teori belajar konstruktivisme dan diduga dapat mengatasi permasalahan tersebut adalah pembelajaran Model *PACE*. Model *PACE* dikembangkan oleh Lee (1999) untuk pembelajaran Statistika yang merupakan singkatan dari proyek (*Project*), aktivitas (*Activity*), pembelajaran kooperatif (*Cooperative Learning*), dan latihan (*Exercise*).

Proyek merupakan komponen penting dari Model *PACE* (Lee, 1999). Proyek dilakukan dalam bentuk kelompok. Mahasiswa dapat memilih sendiri topik yang dianggap menarik. Mereka diminta untuk mencari solusi dari permasalahan yang dipilihnya, baik yang berasal dari kejadian dalam kehidupan nyata ataupun dari jurnal yang berkaitan dengan topik. Adapun prosedurnya diberikan dalam bentuk Lembar Proyek (LP). Mereka diharuskan membuat laporan dari proyek yang dikerjakan. Sementara itu, aktivitas dalam Model *PACE* bertujuan untuk memperkenalkan mahasiswa terhadap informasi atau konsep-konsep yang baru (Lee, 1999). Hal ini dilakukan dengan memberikan tugas dalam bentuk Lembar Aktivitas (LA). Adapun peranannya sebagai panduan mahasiswa dalam mempelajari materi. Melalui LA, mahasiswa diberikan kesempatan untuk menemukan sendiri konsep yang dipelajari.

Untuk tahap pembelajaran kooperatif dalam Model *PACE*, biasanya dilaksanakan di kelas. Pada tahap ini, mahasiswa bekerja di dalam kelompok dan harus mendiskusikan solusi dari permasalahan dalam Lembar Diskusi (LD). LD ini digunakan untuk mentransformasikan pengetahuan yang dipelajari pada LA. Melalui LD, mahasiswa berkesempatan untuk mengemukakan temuan-temuan yang diperoleh pada saat diskusi. Selama diskusi, terjadi pertukaran informasi yang saling melengkapi sehingga mahasiswa mempunyai pemahaman yang benar terhadap suatu konsep (Lee, 1999). Sementara itu, latihan dalam Model *PACE* bertujuan untuk memperkuat konsep-konsep yang telah dikonstruksi pada tahap aktivitas dan pembelajaran kooperatif dalam bentuk penyelesaian soal-soal (Lee, 1999). Latihan ini diberikan kepada mahasiswa dalam bentuk Lembar Latihan (LL) berupa tugas tambahan agar penguasaan terhadap materi menjadi lebih baik.

Dalam menerapkan pembelajaran Model *PACE*, perlu dipertimbangkan faktor kemampuan awal matematis (KAM) mahasiswa. Hal ini penting untuk diperhatikan dalam proses pembelajaran matematika (Suryadi, 2012) dan diprediksi memiliki kontribusi terhadap hasil penelitian. Untuk dapat mengetahui lebih jauh terkait kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal terkait kemampuan berpikir kreatif matematis pada Mata Kuliah Statistika Matematika setelah diajar menggunakan pembelajaran Model *PACE* dan konvensional, maka dilakukan suatu penelitian dengan judul "Analisis Kesulitan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Berpikir Kreatif Matematis pada Mata Kuliah Statistika Matematis". Dalam penelitian ini,

analisis kesulitan mahasiswa ditinjau secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM; indikator kemampuan berpikir kreatif matematis; serta pembelajaran (Model *PACE* dan konvensional). Adapun kemampuan berpikir kreatif matematis yang digunakan dalam penelitian ini menggunakan teori dari Alvino (Sumarmo, 2013) dengan indikator: (1) Kelancaran, (2) Keluwesan, (3) Keaslian, dan (4) Elaborasi.

Berdasarkan uraian di atas, rumusan masalah dalam penelitian ini adalah “Kesulitan apa yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis pada Mata Kuliah Statistika Matematika ditinjau secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM; indikator kemampuan berpikir kreatif matematis; serta pembelajaran?”. Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis pada mata kuliah Statistika Matematika ditinjau secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM; indikator kemampuan berpikir kreatif matematis; serta pembelajaran. Penelitian ini diharapkan dapat menjadi suatu referensi serta wacana bagi para praktisi pendidikan matematika dalam upaya mengatasi kesulitan mahasiswa dalam mempelajari Mata Kuliah Statistika Matematika, terutama yang berkaitan dengan kemampuan berpikir kreatif matematis.

METODE

Penelitian ini dilaksanakan di salah satu PTS di Jakarta Timur. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah kualitatif. Adapun subjek dalam penelitian ini adalah mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika yang mengambil Mata Kuliah Statistika Matematika tahun akademik 2013/2014 sebanyak 137 mahasiswa yang berasal dari 4 kelas paralel, yaitu 2 kelas memperoleh pembelajaran Model *PACE* yang berjumlah 68 mahasiswa dan 2 kelas lainnya memperoleh pembelajaran konvensional yang berjumlah 69 mahasiswa. Sumber data dalam penelitian ini berasal dari mahasiswa sebagai subjek penelitian. Instrumen yang digunakan berupa tes Kemampuan Awal Matematis (KAM), tes Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis (KBKM), lembar observasi, pedoman wawancara, dan peneliti.

Soal tes KAM dan tes KBKM dalam penelitian ini dikembangkan oleh peneliti berbentuk uraian. Hal ini dimaksudkan agar proses berpikir mahasiswa dalam menyelesaikan soal tersebut lebih tergambar dengan jelas (Ruseffendi, 2006). Adapun materi tes KAM yang digunakan dalam penelitian ini adalah materi prasyarat Mata Kuliah Statistika Matematika, yaitu peluang, distribusi satu peubah acak, ekspektasi dan transformasi satu peubah acak, serta distribusi khusus satu peubah acak. Sementara itu, materi tes KBKM yang digunakan dalam penelitian ini adalah materi Statistika Matematika yang difokuskan hanya pada 3 bab, yaitu: (1) Distribusi Dua Peubah Acak (Distribusi Gabungan, Distribusi Marginal, Distribusi Bersyarat, dan Kebebasan Stokastik); (2) Ekspektasi Dua Peubah Acak (Nilai Ekspektasi Gabungan, Ekspektasi Bersyarat, Rataan Bersyarat, Perkalian Dua Momen, Kovarians, Varians Bersyarat, Fungsi Pembangkit Momen Gabungan, Koefisien Korelasi, dan Akibat Kebebasan Stokastik); serta (3) Transformasi Dua Peubah Acak. Tes KAM dan tes KBKM yang digunakan dalam penelitian ini sudah divalidasi sehingga siap untuk digunakan dalam penelitian.

Untuk teknik pengelompokan KAM mahasiswa, peneliti menggunakan aturan Noer (2010) yang dimodifikasi. Adapun aturannya dapat dilihat pada Tabel 1.

Tabel 1. Kategori Pengelompokan KAM Mahasiswa

Skor Tes (X)	Kategori
$X \geq 70\%$	Tinggi
$60\% \leq X < 70\%$	Sedang
$X < 60\%$	Rendah

Penelitian ini menggunakan metode triangulasi dalam teknik pengumpulan datanya, sedangkan teknik analisis datanya menggunakan Model Miled dan Huberman. Aktivitas analisis data dalam model tersebut meliputi reduksi data, *display* data, dan kesimpulan/verifikasi (Sugiyono, 2011). Untuk uji keabsahan data, peneliti menggunakan uji kredibilitas (melalui triangulasi), uji transferabilitas, uji depenabilitas, serta uji konfirmabilitas.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil

Data Kemampuan Awal Matematis (KAM)

Data KAM dianalisis sebelum penelitian yang bertujuan untuk mengelompokkan KAM mahasiswa ke dalam 3 level, yaitu tinggi, sedang, dan rendah. Adapun hasilnya disajikan pada Tabel 2.

Tabel 2. Statistik Deskriptif Data KAM

No.	Kelompok Pembelajaran	<i>n</i>	$\bar{x}$	<i>s</i>
1	Model <i>PACE</i>	68	24,50	5,91
2	Konvensional	69	23,70	5,68
Total		137	24,09	5,79

Berdasarkan Tabel 2, terlihat bahwa rerata dan simpangan baku dari skor KAM pada kedua kelompok pembelajaran relatif sama. Hal ini memperkuat alasan bahwa penentuan kelompok pembelajaran dapat dilakukan secara acak. Selanjutnya, mahasiswa dikelompokkan berdasarkan skor KAM ke dalam 3 level, yaitu tinggi, sedang dan rendah. Adapun teknik pengelompokannya menggunakan aturan Noer (2010) yang dimodifikasi. Berikut ini diberikan hasil pengelompokan KAM mahasiswa pada masing-masing kelompok pembelajaran.

Tabel 3. Sebaran Subjek Penelitian

Level KAM	Kelompok Pembelajaran		Total
	Model <i>PACE</i>	Konvensional	
Tinggi	13	12	25
Sedang	43	43	86
Rendah	12	14	26
Total	68	69	137

Data Kemampuan Berpikir Kreatif Matematis (KBKM)

Data KBKM yang dianalisis berasal dari data postes. Hal ini dilakukan untuk mengetahui pencapaian kemampuan berpikir kreatif matematis mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* dan konvensional. Adapun datanya diberikan pada Tabel 4.

Tabel 4. Data Pencapaian KBKM

Indikator KBKM	KAM	Stat.	Postes	
			<i>PACE</i>	Konv.
Kelancaran (Skor Ideal = 4)	Tinggi	$\bar{x}$ %	3,77 (94,23%)	3,25 (81,25%)
	Sedang	$\bar{x}$ %	3,74 (93,60%)	2,93 (73,26%)
	Rendah	$\bar{x}$ %	3,58 (89,58%)	2,57 (64,29%)
	Total	$\bar{x}$ %	3,72 (93,01%)	2,91 (72,83%)
Keluwasan (Skor Ideal = 4)	Tinggi	$\bar{x}$ %	2,62 (65,38%)	2,25 (56,30%)
	Sedang	$\bar{x}$ %	2,51 (62,79%)	2,14 (53,49%)
	Rendah	$\bar{x}$ %	2,00 (50%)	1,79 (44,64%)
	Total	$\bar{x}$ %	2,44 (61,00%)	2,09 (52,20%)
Keaslian (Skor Ideal = 4)	Tinggi	$\bar{x}$ %	1,77 (44,20%)	1,17 (29,20%)
	Sedang	$\bar{x}$ %	1,37 (34,3%)	1,26 (31,4%)
	Rendah	$\bar{x}$ %	1,17 (29,17%)	1,07 (26,79%)
	Total	$\bar{x}$ %	1,41 (35,29%)	1,20 (30,07%)
Elaborasi (Skor Ideal = 4)	Tinggi	$\bar{x}$ %	3,00 (75,00%)	2,75 (68,80%)
	Sedang	$\bar{x}$ %	2,40 (59,88%)	1,98 (49,42%)
	Rendah	$\bar{x}$ %	2,17 (54,20%)	1,86 (46,4%)
	Total	$\bar{x}$ %	2,47 (61,76%)	2,09 (52,17%)

Berdasarkan Tabel 4, diperoleh temuan bahwa untuk semua indikator KBKM, rerata pencapaian mahasiswa secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Selain itu, diperoleh temuan juga bahwa secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM, pencapaian KBKM mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional pada indikator ‘keaslian’ ternyata lebih rendah daripada indikator ‘kelancaran’, ‘keluwesan’, dan ‘elaborasi’. Dengan kata lain, kesulitan paling banyak yang dialami mahasiswa dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis pada kedua pembelajaran (Model *PACE* maupun konvensional) terletak pada indikator ‘keaslian’.

Pembahasan

Dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis pada Mata kuliah Statistika Matematika, ternyata mahasiswa masih mengalami kesulitan, baik yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional. Berikut ini diuraikan kesulitan-kesulitan mahasiswa dalam menyelesaikan soal kemampuan berpikir kreatif matematis pada Mata kuliah Statistika Matematika ditinjau secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM; indikator KBKM; serta pembelajaran.

Indikator ‘Kelancaran’ pada KBKM

Untuk indikator ‘kelancaran’ pada KBKM, rerata pencapaian mahasiswa secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4. Dengan kata lain, mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM pada indikator ‘kelancaran’, mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM (sebanyak 5 orang) daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional (sebanyak 19 orang). Untuk memperkuat hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator ‘kelancaran’ pada Mata kuliah Statistika Matematika adalah sebagai berikut:

Tuliskanlah dua buah fungsi peubah acak dari x dan y yang memenuhi syarat sebagai fungsi peluang gabungan.

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam menghasilkan banyak gagasan terkait contoh peubah acak dari x dan y (kelancaran). Berikut ini adalah alternatif solusi dari soal di atas terkait indikator ‘kelancaran’.

Dua buah fungsi peubah acak dari x dan y yang memenuhi syarat sebagai fungsi peluang gabungan adalah

1. $p(x, y) = \frac{1}{9}xy$; $x=1,2$ dan $y=1,2$

Bukti bahwa fungsi tersebut memenuhi syarat sebagai fungsi peluang gabungan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned}\sum_{x=1}^2 \sum_{y=1}^2 \frac{1}{9}xy &= \frac{1}{9}(1)(1) + \frac{1}{9}(1)(2) + \frac{1}{9}(2)(1) + \frac{1}{9}(2)(2) \\ &= \frac{1}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{4}{9} \\ &= 1\end{aligned}$$

2. $q(x, y) = \frac{1}{48}(x+y)$; $x=0,1,2,3$ dan $y=0,1,2,3$

Bukti bahwa fungsi tersebut memenuhi syarat sebagai fungsi peluang gabungan adalah sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \sum_{x=0}^3 \sum_{y=0}^3 \frac{1}{48}(x+y) &= \frac{1}{48}(0+0) + \frac{1}{48}(0+1) + \frac{1}{48}(0+2) + \frac{1}{48}(0+3) + \\ &\quad \frac{1}{48}(1+0) + \frac{1}{48}(1+1) + \frac{1}{48}(1+2) + \frac{1}{48}(1+3) + \\ &\quad \frac{1}{48}(2+0) + \frac{1}{48}(2+1) + \frac{1}{48}(2+2) + \frac{1}{48}(2+3) + \\ &\quad \frac{1}{48}(3+0) + \frac{1}{48}(3+1) + \frac{1}{48}(3+2) + \frac{1}{48}(3+3) \\ &= 0 + \frac{1}{48} + \frac{2}{48} + \frac{3}{48} + \frac{1}{48} + \frac{2}{48} + \frac{3}{48} + \frac{4}{48} + \frac{2}{48} + \frac{3}{48} + \frac{4}{48} + \\ &\quad \frac{5}{48} + \frac{3}{48} + \frac{4}{48} + \frac{5}{48} + \frac{6}{48} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Adapun hasil analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), observasi, dan wawancara adalah sebagai berikut:

1. Untuk mahasiswa dengan KAM tinggi yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, umumnya mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam menuliskan 2 buah fungsi peubah acak dari x dan y yang memenuhi syarat sebagai fungsi peluang gabungan, hanya faktor ketidaktelitianlah yang membuat jawabannya menjadi keliru. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, mereka kadangkala tertukar konsep dalam memberikan contoh antara fungsi peluang gabungan dan fungsi densitas gabungan meskipun hasilnya telah diuraikan secara rinci.
2. Untuk mahasiswa dengan KAM sedang, baik yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional, mereka kadangkala tidak menjelaskan secara rinci atau mengecek jawaban terkait fungsi yang telah dikonstruksinya, apakah memenuhi syarat sebagai fungsi peluang gabungan atau tidak.
3. Untuk mahasiswa dengan KAM rendah, baik yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional, umumnya mereka lupa menuliskan uraian atau bukti bahwa kedua fungsi yang telah dikonstruksinya merupakan fungsi peluang gabungan. Bahkan, untuk beberapa mahasiswa ternyata lupa tidak mencari nilai konstanta dari fungsi yang telah dikonstruksinya.

Indikator ‘Keluwasan’ pada KBKM

Untuk indikator ‘keluwesan’ pada KBKM, rerata pencapaian mahasiswa secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4. Dengan kata lain, mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM pada indikator ‘keluwesan’, mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM (sebanyak 26 orang) daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional (sebanyak 33 orang). Untuk memperkuat hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap indikator ‘keluwesan’ pada Mata kuliah Statistika Matematika adalah sebagai berikut:

Sebuah alat elektronik memiliki komponen utama A dan B . Jika X dan Y berturut-turut menunjukkan lamanya pemakaian komponen utama A dan B dengan fungsi densitas bersama dari X dan Y adalah

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)}; & x > 0, y > 0 \\ 0; & x, y \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan $\lambda > 0$ dan $\mu > 0$, ada berapa cara untuk menentukan ekspektasi dari total lama pemakaian kedua komponen alat elektronik tersebut? Pilihlah salah satu cara untuk menyelesaikan masalah tersebut.

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam menggunakan beragam cara untuk menentukan nilai harapan dua peubah acak kontinu (keluwesan). Berikut ini adalah alternatif solusi dari soal di atas terkait indikator ‘keluwesan’.

Ada 3 cara untuk menyelesaikan masalah tersebut, yaitu menggunakan definisi nilai harapan, sifat nilai harapan, dan fungsi pembangkit momen. Berikut ini adalah alternatif solusi menggunakan definisi nilai harapan.

$$\begin{aligned} E(X + Y) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (x + y) f(x, y) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 (x + y) f(x, y) dx dy + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (x + y) f(x, y) dx dy \\ &= \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^0 (x + y)(0) dx dy + \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (x + y) \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} dx dy \\ &= \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (x + y) \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} dx dy \\ &= \int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} (x + y) \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} dx \right] dy \end{aligned}$$

Misalkan

$$u = (x + y) \lambda \mu \Rightarrow du = \lambda \mu dx$$

$$dv = e^{-(\lambda x + \mu y)} dx \Rightarrow v = -\frac{1}{\lambda} e^{-(\lambda x + \mu y)}$$

maka:

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} \left[\int_0^{\infty} (x + y) \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} dx \right] dy \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left[uv - \int_0^t v du \right] dy \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left[((x + y) \lambda \mu) \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-(\lambda x + \mu y)} \right) \right]_0^t - \int_0^t \left(-\frac{1}{\lambda} e^{-(\lambda x + \mu y)} \right) (\lambda \mu dx) dy \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left[-(x + y) \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} \right]_0^t + \int_0^t \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} dx dy \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left[(y \mu e^{-\mu y}) + \left[-\frac{\mu}{\lambda} e^{-(\lambda x + \mu y)} \right]_0^t \right] dy \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left[(y \mu e^{-\mu y}) + \left(\frac{\mu}{\lambda} e^{-\mu y} \right) \right] dy \end{aligned}$$

Misalkan

$$u = y\mu \Rightarrow du = \mu dy$$

$$dv = e^{-\mu y} dy \Rightarrow v = -\frac{1}{\mu} e^{-\mu y}$$

maka:

$$\begin{aligned} & \lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \left[(y\mu e^{-\mu y}) + \left(\frac{\mu}{\lambda} e^{-\mu y} \right) \right] dy \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left[uv - \int_0^t v du \right] + \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\mu y} \right]_0^t \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\left[(y\mu) \left(-\frac{1}{\mu} e^{-\mu y} \right) \right]_0^t - \int_0^t \left(-\frac{1}{\mu} e^{-\mu y} \right) (\mu dy) \right] + \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\mu y} \right]_0^t \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\left[-ye^{-\mu y} \right]_0^t + \int_0^t (e^{-\mu y}) dy \right] + \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\mu y} \right]_0^t \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \left[\left[-ye^{-\mu y} \right]_0^t + \left[-\frac{1}{\mu} e^{-\mu y} \right]_0^t \right] + \left[-\frac{1}{\lambda} e^{-\mu y} \right]_0^t \\ &= 0 + \frac{1}{\mu} + \frac{1}{\lambda} = \frac{\mu + \lambda}{\mu\lambda} \end{aligned}$$

Adapun hasil analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), observasi, dan wawancara adalah sebagai berikut:

1. Untuk mahasiswa dengan KAM tinggi yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, umumnya mereka tidak banyak mengalami kesulitan, hanya lupa menerapkan konsep integral tak wajar dalam menguraikan nilai ekspektasi yang ditanyakan. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, beberapa di antaranya masih mengalami kesulitan dalam menerapkan teknik pengintegralan untuk memperoleh ekspektasi yang ditanyakan.
2. Untuk mahasiswa dengan KAM sedang yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, umumnya mereka masih mengalami kesulitan dalam menerapkan teknik pengintegralan ketika menguraikan nilai ekspektasi yang ditanyakan. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, beberapa di antaranya masih mengalami kesulitan dalam memahami soal dan menerapkan teknik pengintegralan ketika menguraikan nilai ekspektasi yang ditanyakan.
3. Untuk mahasiswa dengan KAM rendah, baik yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional, umumnya mereka masih mengalami kesulitan dalam memahami soal, menerapkan teknik pengintegralan, serta mengungkapkan beragam cara untuk menentukan nilai ekspektasi yang ditanyakan.

Indikator ‘Keaslian’ pada KBKM

Untuk indikator ‘keaslian’ pada KBKM, rerata pencapaian mahasiswa secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4. Dengan kata lain, mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM pada indikator ‘keaslian’, mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM (sebanyak 44 orang) daripada mahasiswa

yang memperoleh pembelajaran konvensional (sebanyak 48 orang). Untuk memperkuat hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap 'keaslian' adalah sebagai berikut:

Diketahui fungsi densitas gabungan dari X dan Y berbentuk:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{16}; & 0 < x < 4, 0 < y < 4 \\ 0; & x, y \text{ lainnya} \end{cases}$$

Jika fungsi densitas gabungan dari U dan V hasil transformasi adalah

$$h(u, v) = \begin{cases} \frac{1}{32v}; & 0 < u < 16v, 0 < v < \frac{16}{u} \\ 0; & u, v \text{ lainnya} \end{cases}$$

maka tentukanlah bentuk transformasi yang digunakan dalam kasus ini.

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam menentukan bentuk transformasi dengan cara tak biasa (keaslian). Berikut ini adalah alternatif solusi dari soal di atas terkait indikator 'keaslian'.

Berikut ini diberikan cara alternatif untuk menentukan bentuk transformasi yang digunakan dalam kasus di atas. Untuk menentukan bentuk transformasi, cukup dianalisis batas-batasnya dari hasil transformasi, yaitu:

$$0 < u < 16v \Leftrightarrow 0 < \frac{u}{v} < 16 \Leftrightarrow 0 < \sqrt{\frac{u}{v}} < 4$$

$$0 < v < \frac{16}{u} \Leftrightarrow 0 < uv < 16 \Leftrightarrow 0 < \sqrt{uv} < 4$$

Karena $0 < x < 4$ dan $0 < y < 4$, maka ada 2 kemungkinan, yaitu:

$$1. \quad x = \sqrt{\frac{u}{v}} \text{ dan } y = \sqrt{uv}$$

$$a. \quad x = \sqrt{\frac{u}{v}} \Leftrightarrow x^2 = \frac{u}{v} \Leftrightarrow u = x^2v$$

$$b. \quad y = \sqrt{uv} \Leftrightarrow y^2 = uv \Leftrightarrow y^2 = (x^2v)v = x^2v^2 \Leftrightarrow v^2 = \frac{y^2}{x^2} \Leftrightarrow v = \frac{y}{x}$$

sehingga diperoleh:

$$u = x^2v = x^2 \left(\frac{y}{x} \right) = xy$$

Jadi, bentuk transformasi yang digunakan dalam kasus ini adalah

$$U = XY \text{ dan } V = \frac{Y}{X}.$$

$$2. \quad x = \sqrt{uv} \text{ dan } y = \sqrt{\frac{u}{v}}$$

$$a. \quad x = \sqrt{uv} \Leftrightarrow x^2 = uv \Leftrightarrow u = \frac{x^2}{v}$$

$$\text{b. } y = \sqrt{\frac{u}{v}} \Leftrightarrow y^2 = \frac{u}{v} = \frac{\left(\frac{x^2}{v}\right)}{v} = \frac{x^2}{v^2} \Leftrightarrow y = \frac{x}{v} \Leftrightarrow v = \frac{x}{y}$$

sehingga diperoleh:

$$u = \frac{x^2}{v} = \frac{x^2}{\left(\frac{x}{y}\right)} = \frac{x^2 y}{x} = xy$$

Jadi, bentuk transformasi yang digunakan dalam kasus ini adalah

$$U = XY \text{ dan } V = \frac{X}{Y}.$$

Adapun hasil analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), observasi, dan wawancara adalah sebagai berikut:

1. Untuk mahasiswa dengan KAM tinggi yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, beberapa di antaranya telah memberikan langkah-langkah penguraian jawaban yang sedikit berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM. Namun, faktor ketidaktelitianlah yang membuat jawaban menjadi keliru karena proses analisisnya kurang mendalam. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, umumnya mereka masih kurang teliti dalam membandingkan batasan fungsi dari u dan v dengan fungsi x dan y sehingga diperoleh hasil yang keliru. Terkait aspek keaslian, beberapa mahasiswa masih kesulitan dalam menemukan cara yang berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM.
2. Untuk mahasiswa dengan KAM sedang yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, beberapa di antaranya masih mengalami kesulitan dalam memberikan cara yang berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM. Selain itu, faktor ketidaktelitian juga membuat jawaban menjadi keliru karena proses analisis terkait jenis transformasi yang ditanyakan kurang mendalam. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, umumnya mereka masih mengalami kesulitan dalam menentukan jenis transformasi yang digunakan. Bahkan, cenderung memberikan jawaban secara langsung tanpa memberikan uraian secara rinci dan hasilnya pun keliru. Terkait aspek keaslian, mahasiswa masih kesulitan dalam menemukan cara yang berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM.
3. Untuk mahasiswa dengan KAM rendah yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, umumnya mereka masih kurang teliti dalam membandingkan batasan fungsi dari u dan v dengan fungsi x dan y sehingga diperoleh hasil yang keliru, bahkan beberapa di antaranya belum selesai mengerjakannya. Terkait aspek keaslian, beberapa mahasiswa masih kesulitan dalam menemukan cara yang berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, umumnya mereka masih mengalami kesulitan dalam menentukan jenis transformasi yang digunakan. Bahkan, mereka memberikan jawaban yang belum selesai dan alur berpikirnya pun kurang tepat. Terkait aspek keaslian, mahasiswa masih kesulitan dalam menemukan cara yang berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM.

Indikator ‘Elaborasi’ pada KBKM

Untuk indikator ‘elaborasi’ pada KBKM, rerata pencapaian mahasiswa secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* lebih tinggi daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional. Hal ini dapat dilihat pada Tabel 4. Dengan kata lain, mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* secara keseluruhan dan berdasarkan level KAM pada indikator ‘elaborasi’, mengalami kesulitan yang lebih rendah dalam menyelesaikan soal KBKM (sebanyak 26 orang) daripada mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional (sebanyak 33 orang). Untuk memperkuat hasil analisis deskriptif tersebut, maka analisis dilanjutkan pada analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), hasil observasi, dan wawancara (triangulasi). Adapun soal KBKM yang mengungkap ‘elaborasi’ adalah sebagai berikut:

Sebuah alat elektronik memiliki komponen utama *A* dan *B*. Jika *X* dan *Y* berturut-turut menunjukkan lamanya pemakaian komponen utama *A* dan *B* dengan fungsi densitas bersama dari *X* dan *Y* adalah

$$f(x, y) = \begin{cases} \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)}; & x > 0, y > 0 \\ 0; & x, y \text{ lainnya} \end{cases}$$

dengan $\lambda > 0$ dan $\mu > 0$, susunlah beberapa pertanyaan yang sesuai dengan informasi di atas, kemudian selesaikanlah satu di antaranya.

Soal di atas bertujuan untuk mengungkap kemampuan mahasiswa dalam menyusun beberapa pertanyaan berdasarkan informasi yang ada serta menjelaskan penyelesaiannya (elaborasi). Berikut ini adalah alternatif solusi dari soal di atas terkait indikator ‘elaborasi’.

Beberapa alternatif pertanyaan terkait informasi yang disajikan di soal adalah sebagai berikut:

1. Tentukanlah fungsi densitas marginal dari lamanya pemakaian komponen *B*.
2. Tentukanlah fungsi pembangkit momen gabungan dari lamanya pemakaian komponen utama *A* dan *B*.
3. Hitunglah peluang bahwa komponen *B* merupakan komponen yang pertama kali rusak.

Adapun solusi untuk Nomor 1 dari alternatif pertanyaan di atas adalah sebagai berikut: Fungsi densitas marginal dari *Y* (lamanya pemakaian komponen *B*) adalah

$$\begin{aligned} g(y) &= \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) dx \\ &= \int_{-\infty}^0 f(x, y) dx + \int_0^{\infty} f(x, y) dx \\ &= \int_{-\infty}^0 0 dx + \int_0^{\infty} \lambda \mu e^{-(\lambda x + \mu y)} dx = 0 + \lim_{t \rightarrow \infty} \left[-\mu e^{-(\lambda x + \mu y)} \right]_0^t = \mu e^{-\mu y} \end{aligned}$$

Adapun hasil analisis dokumen (jawaban tes mahasiswa berdasarkan level KAM), observasi, dan wawancara adalah sebagai berikut:

1. Untuk mahasiswa dengan KAM tinggi, baik yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional, umumnya mereka mampu menyusun beberapa pertanyaan dari informasi yang diberikan dan mampu pula menyelesaikan/mencari solusi dari soal yang dibuatnya. Dengan kata lain, mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam

- menyelesaikan soal terkait indikator ‘elaborasi’, hanya faktor ketidaktelitian yang membuat jawaban tidak sempurna.
2. Untuk mahasiswa dengan KAM sedang yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, umumnya mereka tidak mengalami kesulitan yang berarti dalam menyelesaikan soal terkait indikator ‘elaborasi’, hanya faktor ketidaktelitian yang membuat jawaban tidak sempurna. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, umumnya mereka sedikit mengalami kesulitan dalam menyelesaikan/mencari solusi dari soal yang telah dibuatnya. Bahkan, beberapa di antaranya kurang teliti dalam membaca informasi yang disajikan di soal sehingga jawabannya menjadi keliru.
 3. Untuk mahasiswa dengan KAM rendah yang memperoleh pembelajaran Model *PACE*, umumnya mereka mengalami kesulitan dalam menyelesaikan/mencari solusi dari soal yang telah dibuatnya dan kadangkala kurang teliti dalam memahami informasi yang disajikan di soal sehingga jawabannya menjadi keliru. Lain halnya dengan mahasiswa yang memperoleh pembelajaran konvensional, umumnya mereka mengalami kesulitan dalam menyusun beberapa pertanyaan berdasarkan informasi yang diberikan beserta solusinya. Bahkan, beberapa di antaranya hanya membuat satu pertanyaan dari informasi yang diberikan tanpa disertai solusinya.

Berdasarkan hasil analisis di atas secara triangulasi (dokumentasi, observasi, dan wawancara), diperoleh temuan bahwa mahasiswa masih mengalami kesulitan, baik secara keseluruhan maupun berdasarkan level KAM, dalam menyelesaikan soal terkait KBKM pada kedua pembelajaran (Model *PACE* maupun konvensional). Namun, mahasiswa yang telah memperoleh pembelajaran Model *PACE* mengalami kesulitan yang lebih rendah daripada mahasiswa yang telah memperoleh pembelajaran konvensional, baik secara keseluruhan maupun berdasarkan level KAM. Hal ini dikarenakan, pembelajaran Model *PACE* ternyata lebih memberikan kontribusi terhadap pencapaian KBKM mahasiswa daripada pembelajaran konvensional (Suryana, 2016).

Pada dasarnya, kunci dari keberhasilan pembelajaran Model *PACE* yang dapat mengembangkan KBKM mahasiswa tiap level KAM sehingga dapat mengatasi kesulitan dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis terletak pada peran LKM. Penggunaan LKM (LP, LA, LD, dan LL) dalam pembelajaran Model *PACE* memiliki peran penting dalam mengembangkan KBKM. Seperti yang diungkapkan oleh Isnarto, *et al.* (2014) bahwa penggunaan LKM dalam pembelajaran memiliki peran besar dalam memperkuat modal mahasiswa dalam mengembangkan kemampuan matematisnya. LKM yang didesain untuk mengembangkan KBKM dapat membantu mahasiswa dalam memahami konsep Statistika Matematika. Hal ini dikarenakan, isi LKM disusun secara berjenjang mulai dari kasus sederhana, pengkonstruksian definisi, penerapan konsep yang telah dikonstruksi dalam bentuk kasus yang lebih kompleks, pemberian latihan untuk memperkuat konsep, sampai aplikasi konsep dalam kehidupan sehari-hari. Temuan ini serupa dengan temuan Dasari (2009) bahwa mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* dapat mengembangkan kemampuan matematisnya menjadi lebih baik berdasarkan level KAM.

Selain temuan di atas, diperoleh juga temuan lain yaitu kesulitan paling banyak yang dialami mahasiswa tiap level KAM pada kedua pembelajaran (Model *PACE* maupun konvensional) dalam menyelesaikan soal berpikir kreatif matematis pada Mata kuliah Statistika Matematika terletak pada indikator ‘keaslian’. Hal ini terbukti dari hasil analisis deskriptif (Lihat Tabel 4) yang menunjukkan bahwa pencapaian KBKM mahasiswa yang memperoleh pembelajaran Model *PACE* maupun konvensional pada indikator ‘keaslian’ ternyata lebih rendah daripada indikator ‘kelancaran’, ‘keluwesan’, dan ‘elaborasi’. Temuan ini serupa dengan temuan Sumarmo (2013) bahwa mahasiswa mengalami kesulitan dalam mengerjakan soal yang mengukur indikator ‘keaslian’ daripada indikator lainnya pada KBKM. Hal ini dikarenakan,

mahasiswa mengalami kesulitan dalam menggunakan cara yang berbeda dengan yang diajarkan oleh dosen ketika menyelesaikan soal yang membutuhkan KBKM.

PENUTUP

Mahasiswa masih mengalami kesulitan, baik secara keseluruhan maupun berdasarkan level KAM, dalam menyelesaikan soal terkait KBKM pada kedua pembelajaran (Model *PACE* maupun konvensional). Namun, mahasiswa yang telah memperoleh pembelajaran Model *PACE* mengalami kesulitan yang lebih rendah daripada mahasiswa yang telah memperoleh pembelajaran konvensional, baik secara keseluruhan maupun berdasarkan level KAM. Adapun kesulitan paling banyak yang dialami mahasiswa tiap level KAM pada kedua pembelajaran (Model *PACE* maupun konvensional) terletak pada indikator 'keaslian', yaitu 'kesulitan dalam menemukan cara yang berbeda dengan apa yang telah dicontohkan oleh dosen di kelas atau yang diuraikan dalam LKM'. Untuk mengatasi hal tersebut, dosen disarankan untuk mengimplementasikan pembelajaran Model *PACE* secara intensif agar mahasiswa dapat mengkonstruksi sendiri konsep Statistika Matematika secara mendalam, khususnya yang berkaitan dengan KBKM.

DAFTAR PUSTAKA

- Dasari, D. (2009). *Peningkatan Kemampuan Penalaran Statistis Mahasiswa melalui Model PACE*. Published Dissertation. Bandung: UPI.
- Herlina, E. (2015). Advanced mathematical thinking and the way to enhance it. *Journal of Education and Practice*, 6 (5), 79-88.
- Isnarto, et al. (2014). Student's proof ability: Exploratory studies of abstract algebra course. *International Journal of Education dan Research*, 2 (6), 215-228.
- Lee, C. (1999). An assesment of the PACE strategy for an introduction statistics course. *Innovations of Teaching Statistics*, 65 (3), 1215-1221.
- Noer, S. H. (2010). *Peningkatan Kemampuan Berpikir Kritis, Kreatif, dan Reflektif (K2R) Matematis Siswa SMP melalui Pembelajaran Berbasis Masalah*. Published Dissertation. Bandung: UPI.
- Ruseffendi, E.T. (2006). *Pengantar kepada Membantu Guru Mengembangkan Kompetensinya dalam Pengajaran Matematika untuk Meningkatkan CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Sugiyono. (2011). *Metode Penelitian Kombinasi (Mixed Methods)*. Bandung: Alfabeta.
- Sumarmo, U. (2013). Pembelajaran matematika. In Suryadi, D., Turmudi, and Nurlaelah, E. (Editor). *Kumpulan Makalah: Berpikir dan Disposisi Matematik serta Pembelajarannya*, Vol 1, 122-146. Bandung: FPMIPA-UPI Press.
- Suryadi, D. (2012). *Membangun Budaya Baru dalam Berpikir Matematika*. Bandung: Rizqi Press.
- Suryana, A. (2016). *Meningkatkan Advanced Mathematical Thinking dan Self-Renewal Capacity Mahasiswa melalui Pembelajaran Model PACE*. Published Dissertation. Bandung: UPI.
- Tall, D. (2002). *Advanced Mathematical Thinking*. Boston: Kluwer.